FACULTAT D'EDUCACIÓ, TRADUCCIÓ I CIÈNCIES HUMANES

# IDENTIFICACIÓ I ANÀLISI DE LES ESTRATÈGIES QUE UTILITZEN ELS ALUMNES D'EDUCACIÓ PRIMÀRIA A L'HORA DE REALITZAR SUMES MENTALMENT

Treball Final de Grau de Mestre d'Educació Primària

Tati Calvo Verdaguer

4rt curs – M2. *Treball Final de Grau*

Tutora: Sònia Esteve Frigola

Grau en Mestre d'Educació Primària

Facultat d'Educació, Traducció i Ciències Humanes

16 de maig de 2014 – UVic

**RESUM.** En aquest treball es presenten els resultats i les conclusions d'un anàlisi realitzat amb els alumnes de Primer fins a Sisè de Primària, amb l'objectiu de descobrir quines estratègies utilitzen els alumnes a l'hora de resoldre sumes mentalment i observar si aquestes evolucionen al llarg dels diferents cursos. Així doncs, mitjançant un anàlisi detallat de les estratègies, podrem observar si els alumnes de sisè utilitzen les mateix estratègies que els alumnes de primer, o no, i l'evolució d'aquestes al llarg de la Primària, concretament, a l'escola pública *El Bosc de la Pabordia*. Per acabar, també es volen contrastar els resultats obtinguts amb diferents autors i investigacions sobre aquest àmbit en concret, *El càlcul mental*.

**PARAULES CLAU.** Càlcul mental, Alumnes, Estratègies de càlcul mental, Algorisme tradicional i Suma.

**ABSTRACT.** This paper presents the results and the conclusions of an analysis done with students from an elementary public school (6 to 12 years old), with the main purpose of discovering the strategies that they use when they have to solve mental adding, and to observe if they show an improvement over the years. Through a very deep analysis of the strategies, we could observe if the oldest students (11-12 years old) uses the same strategies than the small ones (6 years old) or not, and the evolution of this ones in this specific school (El Bosc de la Pabordia). This work also wants to contrast the results with different authors and investigations about that specific area, *the mental computation*.

**KEY WORDS.** Mental computation, Students, Mental strategies, Traditional algorithm and Adding.

# Índex

## 1. Introducció

Aquest Treball Final de Grau és fruit de l'oportunitat que tenim els alumnes d'Educació Primària de realitzar una recerca sobre un tema que et cridi l'atenció o bé que tinguis curiositat per saber-ne més. Personalment, degut al meu interès per les matemàtiques i la seva didàctica i, a més, al ser una assignatura que m'ha agradat molt sempre, vaig decidir realitzar l'itinerari de matemàtiques per, així, poder tenir l'oportunitat d'aprendre, més a fons, en què consisteix l'ensenyament – aprenentatge de les matemàtiques amb alumnes de Primària. Tot i així, cal dir que en un primer moment em vaig decantar per fer la menció Educació Física però, després de les dues primeres classe, em vaig adonar que m'havia equivocat i que gaudiria molt més fent l'itinerari de matemàtiques. Així doncs, em vaig canviar d'especialitat.

Per altra banda, després d'haver cursat les dues assignatures obligatòries del grau i les quatre optatives específiques de l'itinerari, em va cridar molt l'atenció l'ensenyament del càlcul mental i què feien els alumnes quan havien de realitzar una operació mentalment. Per aquet motiu, doncs, vaig decidir que el meu projecte de final de grau havia de tractar sobre les estratègies de càlcul mental amb alumnes de Primària. Per tant, després de realitzar una unitat didàctica amb els alumnes de sisè per tal que descobrissin diverses estratègies, vaig encaminar el meu Treball Final de Grau a analitzar quina era l'evolució d'aquestes estratègies al llarg dels diferents cursos de Primària.

Aquest curs, doncs, he realitzat les pràctiques III a l'escola *El Bosc de la Pabordia* de Girona i, aquest fet, l'he aprofitat per poder dur a terme la part pràctica d'aquesta recerca, descobrir quines estratègies utilitzaven els alumnes dels diferents cursos a l'hora de realitzat diverses sumes mentalment i, posteriorment, analitzar la seva evolució.

### 1.1. Objectius

Darrerament, la didàctica de les matemàtiques ha anat evolucionant molt i des de l'escola s'ha anat canviant la metodologia per aconseguir que l'alumne/a adquireixi un aprenentatge més significatiu mitjançant la descoberta i la manipulació. Tot i així, la didàctica del càlcul mental és un aspecte que encara s'ha de millorar molt a les escoles ja que és un part importat de l'aprenent de l'alumne/a.

Es per això doncs, que la meva recerca es centre en tres aspectes bàsics. Per una banda, vull conèixer quines estratègies utilitzen els alumnes de cada curs (de primer fins a sisè) a l'hora de realitzar una operació (suma) mentalment. Per altra banda, vull observar si aquestes estratègies que utilitzen els alumnes evolucionen al llarg dels cursos a mesura que van assolint més conceptes, és a dir, si els nenes de primer utilitzen les mateixes estratègies que els nens i nenes de sisè. Per acabar, vull analitzar si hi ha algun tipus d'operació (una xifra, dos xifres o tres xifres) que els alumnes resolguin de la mateixa manera de primer a sisè. Així doncs, els objectius de la meva recerca són:

I. Conèixer i identificar quines estratègies utilitzen els alumnes dels diferents cursos de primària (de primer a sisè) a l'hora de resoldre sumes mentalment.
II. Observar si les estratègies que utilitzen els alumnes per fer càlcul mental evolucionen al llarg de tota la Primària.
III. Analitzar si existeix algun tipus d'operació que els alumnes resolguin seguint el mateix procediment des de primer fins a sisè de Primària.

### 1.2. Procés seguit per elaborar el treball

Per portar a terme aquesta recerca i poder fer un anàlisis acurat i detallat de les estratègies, m'he documentat llegint sobre què diuen altres autors del càlcul mental i la seva didàctica, per posteriorment, contrastar els meus resultats pràctics amb una fonamentació teòrica i poder extreure conclusions. Així doncs, a continuació, explicaré com està organitzat aquest treball.

En primer lloc, hi ha una fonamentació teòrica (part teòrica) sobre el tema escollit, *El càlcul mental*, on he exposat les aportacions de diversos autors sobre els principals conceptes relacionats amb el tema a treballar. En aquest apartat, doncs, trobareu informació sobre com els nens i nenes aprenen a comptar, sobre els efectes negatius que comporta l'ensenyament de l'algorisme i sobre quines possibles estratègies poden utilitzar els alumnes per resoldre operacions mentalment. A més, per acabar, també trobareu informació sobre la didàctica del càlcul mental, és a dir, com s'hauria d'ensenyar i treballar a les escola perquè els alumnes ho aprenguessin de manera significativa.

En segon lloc, després de la fonamentació teòrica, trobareu la part pràctica del treball, és a dir, la recerca que he realitzat a l'escola amb els alumnes. He començat aquest apartat explicant la metodologia que he utilitzat per poder aconseguir l'objectiu que volia assolir; analitzar les estratègies que utilitzen els alumnes de primària a l'hora de resoldre sumes mentalment. A continuació, he explicat els instruments que he utilitzat per realitzat la recollida de dades i els procediments que he seguit. I, per acabar, trobareu la identificació i anàlisi de les estratègies que ha utilitzat cada nen de cada curs en concret (part realitzada a l'escola *El Bosc de la Pabordia*).

Finalment, després d'haver fer un anàlisi detallat, trobareu les conclusions de tota la recerca on he entrellaçat les dades obtingudes durant l'anàlisi de les estratègies amb les dades teòriques recollides al llarg del marc teòric. Aquest apartat, és un dels més importants del treball ja que és on queda reflectida i contrastada tota la informació recollida al llarg de la recerca. A més, també hi queden reflectides de manera detallada totes les conclusions que has obtingut, és a dir, la resposta a la teva pregunta inicial.

## 2. Part teòrica

Com ja hem vist anteriorment, i de manera molt breu, aquesta recerca es basa en l'anàlisi de les estratègies que utilitzen els alumnes del *Bosc de la Pabordia* a l'hora de resoldre sumes mentalment. És per això, doncs, que el marc teòric es centrarà en explicar el següents punts:

2.1. Com els nens i nenes aprenen a comptar

2.2. Efectes negatius de l'ensenyament de l'algorisme

2.3. Estratègies de càlcul mental

2.4. Didàctica del càlcul mental

### 2.1. Com els nens i nenes aprenen a comptar

La gran majoria de nosaltres, per no dir tots, no recordem com vam aprendre a comptar quan érem petits però, aquest fet, és realment important per després poder seguir assolint la resta de continguts matemàtics al llarg d'Infantil i Primària. Així doncs, a continuació, explicarem un xic com els nens i nenes aprenen a comptar i amb quines dificultats es troben per assolir aquest contingut i quins procediments segueixen a l'hora de resoldre aritmètica informal.

En primer lloc, Baroody (1997) ens explica que els nens petits per aconseguir l'objectiu de saber respondre correctament quin conjunt és més gran, si un de 6 objectes o un de 7 objectes, necessiten assolir quatre tècniques o habilitats diferents: *la sèrie numèrica oral, l'enumeració, la regla del valor cardinal* i *la magnitud*. Així doncs, un nen petit quan aprèn a comptar passa per quatre etapes diferents (tècniques) que explicaré a continuació (Baroody, 1997; Van de Walle, 2010):

I. **La sèrie numèrica oral.** La primera habilitat o tècnica bàsica que ha d'assolir qualsevol nen/a per aprendre a comptar és saber la sèrie numèrica oral, és a dir, saber el nom dels números en l'ordre correcte (un, dos, tres, quatre, cinc, sis, set, vuit, nou, deu, etc). Normalment, comptar oralment es relaciona amb comptar de memòria i, tot i que la memorització juga un paper important a l'hora d'aprendre aquesta habilitat, el nen/a ha de ser capaç d'establir unes regles per aprendre la sèrie numèrica. És a dir, normalment qualsevol nen/a els primers setze números els aprendrà de memòria però la resta de números fins el vint els aprèn mitjançant regles. Aquesta regla, consisteix a que el nen genera els números continuant amb la seqüència original (7, 8 i 9) però posant davant "10 i", per exemple, disset, divuit i dinou. Pel què fa els nombres de la segona desena, l'alumne/a aplica la mateixa regla ja que també es poden trobar posant al davant de cada unitat el "20", per exemple, vint-i-dos, vint-i-tres, etc. Tot i així, molt nens s'inventen etiquetes com "didotze" pel dotze o "ditretze" pel tretze però aquests errors són raonables ja que són ampliacions lògiques, tot i que incorrectes, de les pautes de la sèrie numèrica que ha aprés l'alumne/a. A més, aquests errors també ens indiquen que els nens no es limiten a imitar als adults sinó que intenten construir les seves pròpies regles. (Baroody, 1997, pàg. 89 – 90).

II. **L'enumeració.** Un cop els nens han aprés la sèrie numèrica, passen a assolir la següent habilitat o tècnica. Aquesta tècnica consisteix a que el nen aprengui que comptar objectes implica alguna cosa més que assenyalar el conjunt amb el dit a la vegada que pronuncia amb rapidesa la sèrie numèrica. Tot i així, coordinar aquestes dos tècniques per enumerar un conjunt no és feina fàcil pels nens que estan aprenent a comptar, ja que amb conjunts gran i, sobretot, desordenats, els nens han d'aprendre estratègies per poder portar el compte dels objectes que han comptat i dels objectes que no han comptat. Per tant, amb conjunts desordenats el nen ha de recordar els elements que ha etiquetat i els que queden per etiquetar. Aquest fet, doncs, es veu facilitat per part dels alumnes quan utilitzen estratègies com comptar d'esquerra a dreta o separant els objectes etiquetats dels objectes no etiquetats. Tot i així, cal dir que un alumne/a que hagi assolit aquesta tècnica no té perquè fer la relació de que l'enumeració serveix per a numerar.

III. **La regla del valor cardinal.** Com he dit anteriorment, doncs, al principi els nens poden no adonar-se de que la enumeració serveix per a numerar, ja que quan se'ls pregunta quans objectes acaben de comptar, tornen a enumerar tots els objectes del conjunt. Aquest fet, és degut perquè la enumeració no es contempla com un mitjà per arribar a un objectiu concret i, per aquest motiu, els nens petits no entenen el sentit de la pregunta: *Quants objectes hi ha?* i tampoc es preocupen per recordar el nombre total d'objectes que han comptat. Per tant, tot i que els nens hagin aprés a enumerar correctament és possible que no s'adonin que és innecessari tornar a dir tota la seqüència oralment quan se'ls pregunta per una quantitat. Tot i així, alguns nens descobreixen la drecera que consisteix en mencionar l'última etiqueta del procés d'enumeració per indicar la quantitat exacte. Així doncs, quan els nens arriben a descobrir aquesta relació és perquè han assolit la regla del valor cardinal i són capaços de veure que l'ultima etiqueta que atorguen en un conjunt és el número d'objectes que hi ha en total.

IV. **La magnitud.** Les tres tècniques que hem explicat anteriorment, són indispensables per comprendre que la posició en la seqüència numèrica defineix la magnitud. La primera relació que fan els nens petits és quan descobreixen que els termes més alts per comptar s'associen a magnituds superiors i, així, s'adonen que el número tres no només va darrera del número dos, sinó que també representa una quantitat major. Per tant, després de treballar aquesta associació, els nens descobreixen una regla general: el terme numèric que ve després en la seqüència numèrica significa més que el terme d'un número anterior (Baroody, 1997, pàg. 93).

Quant el nens han assolit aquestes quatre tècniques bàsiques per aprendre a comptar, Baroody (1997) i Van de Walle (2010) exposen que per poder assolir el desenvolupament del número, l'alumne/a ha d'aprendre dos principis relacionats amb el concepte de comptar: *el principi d'abstracció* i *el principi de la irrellevància de l'orde*. Cal dir, però, que d'aquests principi n'hi ha quatre més però l'alumne/a ja els ha assolit aprenent les quatre tècniques per comptar. Així doncs, a continuació explicaré en que consisteixen els dos principi que ha d'adquirir l'alumne/a per poder arribar a l'aritmètica informal.

I. **Principi d'abstracció.** Aquest principi es tracte de que els nens aprenguin a definir un conjunt per poder-lo comptar. Tot i així, aquest conjunt pot estar format per objectes similars o per objectes totalment diferents. Hem de tenir en compte, però, que per poder incloure objectes diferents en un conjunt el nen ha de passar per alt les diferències físiques dels elements i classificar-los com a coses. És a dir, si el nen té una estrella, un quadrat i una rodona ha de ser capaç de dir que té tres coses i, així, considerar els tres objectes diferents com a coses. A més, quan creem un conjunt d'objectes diferents trobem algú comú a tots ells. (Baroody, 1997, pàg. 111 – 112)

II. **Principi de la irrellevància de l'ordre:** Aquest principi es tracte de que els nens s'adonin que l'ordre en que s'enumeren els objectes d'un conjunt no afecte al seu total. Per exemple, si un nen compte de dreta a esquerra o de esquerra a dreta una filera de deu boles o bé col·loca aquestes boles en forma de cercle sempre hi hauran la mateixa quantitat de boles, és a dir, deu. Per tant, després de realitzar aquesta prova, l'alumne/a descobreix una propietat interessant de l'associació de comptar: la distribució dels objectes i l'ordre de la seva enumeració no tenen importància a l'hora de determinar la quantitat total del conjunt.

Així doncs, després d'haver assolit una sèrie de tècniques i principis per comptar conjunts l'alumne/a començar a iniciar-se en l'aritmètica informal, és a dir, deixa de comptar un sol conjunt per començar a comptar-ne dos (sumar). Per fer-ho, doncs, l'alumne/a passa pels tres procediments o tècniques següents:

I. **Compte global concret.** Aquest procediment consisteix a que l'alumne/a utilitza objectes per representar el primer sumand i, llavors, afegeix els objectes que li falten per representar el segon sumand. Un cop ha representat tots dos sumand amb els objectes, compta tots els objectes per determinar el resultat de la suma, començant pel primer.

II. **Estratègia de pautes digitals.** Per realitzar aquesta estratègia els alumnes solen utilitzar els dits per comptar sumes fins a deu ja que és d'afecte immediat. Així doncs, l'alumne/a forma una pauta digital (els dits de la mà) per representar el primer sumand, després forma una altra pauta digital per representar el segon sumand i, finalment, compta tots els dits per determinar el resultat de la suma.

III. **Estratègia de reconeixement de pautes.** Per dur a terme aquesta estratègia els alumnes segueixen utilitzant els dits per representar les pautes digitals. Ara bé, per resoldre la suma, primer representen el primer sumand amb una pauta digital, després formen una altra pauta digital per representar el segon sumand i, finalment, a diferència de l'estratègia anterior, l'alumne/a reconeix el resultat. És a dir, si ha de sumar 4 + 3, l'alumne/a representa els dos sumand mitjançant una pauta digital i quan els té tots dos representats sap reconèixer que el resultat és 7 (els 7 dits de la mà).

Per acabar, doncs, perquè un alumne/a arribi a l'aritmètica formal ha de passar primer per aquestes tres fases que hem explicat anteriorment; tècniques per a comptar, desenvolupament del número i aritmètica informal. Quan l'alumne/a ha assolit aquestes tres fases, doncs, comença a resoldre sumes a partir del què anomenem aritmètica formal.

### 2.2. Efectes negatius de l'ensenyament de l'algorisme

Si dediquem un moment a fer la vista endarrere i a reflexionar sobre com ens ensenyaven a sumar quan érem petits, durant l'etapa d'Educació Primària, la gran majoria de nosaltres, per no dir tots, recordarem que el mestre/a ens ensenyava una manera fàcil i mecànica per poder resoldre qualsevol tipus de suma. És a dir, ens ensenyava el que anomenem algorisme tradicional de la suma. Ara bé, era la millor manera d'aprendre el concepte d'addició? Apreníem correctament el concepte o simplement el sabíem aplicar?

Constance Kamii (1994), basant-se amb la teoria de Piaget (model que s'explicarà en l'apartat 2.4. Didàctica del càlcul mental), va voler promoure i demostrar que ensenyar els algorismes tradicionals als alumnes aporta efectes perjudicials cap aquests, és a dir, que sense explicar en què consisteix l'algorisme de la suma, per exemple, els nens i nenes són capaços d'entendre perfectament el concepte i aplicar-lo en diferents situacions de la seva vida quotidiana. Així doncs, va dur a terme una investigació amb alumnes de segon, tercer i quart curs per poder demostrar que els nens eren capaços d'inventar-se les seves pròpies estratègies i/o procediments per resoldre sumes sense haver d'utilitzar l'algorisme tradicional.

Kamii, doncs, després de dur a terme la seva investigació, va comparar el resultat dels nens i nenes que utilitzaven l'algorisme tradicional amb els resultats dels nens i nenes que no n'utilitzaven cap, és a dir, que seguien els seus propis procediments a l'hora de fer càlculs. Sorprenentment, es va adonar que els alumnes que seguien els seus propis procediments, fruits de les seves pròpies reflexions, obtenien millors resultats correctes i tenien major coneixement sobre el concepte de valor de posició que no els alumnes que, simplement, aplicaven l'algorisme tradicional. A més, Kamii (1994, p. 62) menciona que altres investigadors van anar un xic més enllà i van concloure que els nens i nenes també perden coneixement conceptual quan se'ls hi ensenya l'algorisme i, a més, provoca que el seu desenvolupament del pensament lògic i el raonament numèric es freni.

D'aquesta manera, i després de reflexionar sobre aquesta investigació, es van començar a plantejar que s'havia de parar d'ensenyar els algorisme tradicionals a les escoles per dues raons:

I. **Promouen que els alumnes renunciïn a desenvolupar el seu propi pensament**. És a dir, per poder aplicar l'algorisme, els alumnes segueixen unes "regles" que el mestre/a els hi ha ensenyat, com sumar un u a la segona columna si a la primera columna arribem o ens passem de 10. Entenent això com sumar-li una desena a la columna de les desenes perquè hem arribat a 10 unitat o més. Tot i així, els alumnes no fan aquest raonament i només es limiten a aplicar la "regle" que el mestre/a els hi ha ensenyat i a resoldre l'operació de dreta a esquerra. Però, com hem dit anteriorment, si deixem que els alumnes reflexionin i descobreixin els seu propi procediment en adonem que resolen les operacions d'esquerra a dreta, el contrari que quan utilitzen l'algorisme tradicional. Per tant, si com a mestres ens proposem a ensenyar els algorismes estem provocant que l'alumne/a deixi de pensar per ell mateix i es limiti a aplicar l'algorisme sense poder reflexionar sobre aquell contingut en concret.

II. **No ensenyen el valor de posició i provoca que els nens no desenvolupin significat numèric.** Quan un nen està utilitzant l'algorisme per resoldre 49 + 34, per exemple, el què fa és: *"Nou i quatre fan tretze. Poso a sota el tres i me'n porto una. Quatre i u fan cinc, més tres són vuit. El resultat és 83*". Aquest fet, de considerar cada número com si fos una unitat, serveix en el cas dels adults perquè entenen que el vuit del número 83 és el mateix que vuitanta, en canvi, en el cas dels nens, quan estan aprenen el contingut, ho aprenen com si només fos una unitat i no assoleixen correctament el valor de posició dels números. Per aquest motiu, si els alumnes no apliquessin l'algorisme i comencessin a resoldre l'operació per l'esquerra ferien: "*Quaranta més trenta fan setanta. Nou i quatre fan tretze. Setanta més tretze fan 83*". Així doncs, aprendrien el valori de posició i el significat de cada número de manera correcta. Per tant, conjuntament amb el motiu anterior, podem observar que ensenyar qualsevol tipus d'algorisme als alumnes es totalment contradictori si volem que l'alumne/a assoleixi el contingut de manera significativa.

Tot i així, un altre fet bastant significatiu per no haver d'ensenyar l'algorisme, és que quan un alumne/a resolt una operació de manera errònia utilitzant el seu propi procediment i resolent l'operació per l'esquerra, aquest resultat té més sentit que el resultat dels alumnes que utilitzen l'algorisme i s'equivoquen, ja que el marge d'error és més petit i són capaços de veure si aquell resultat té sentit o no, és a dir, si pot ser possible o no. A més, una diferencia molt notable, és que els alumnes que utilitzen el seu propi procediment tenen un confiança plena en allò que han fet i, per tant, afronten les matemàtiques amb seguretat i sense por.

Per acabar, tal i com argumenta Kamii (1994), ensenyar l'algorisme als alumnes provoca un efecte contrari al què volem arribar, ja que els nens i nenes no aprenen un contingut de manera significativa i tampoc es potencia que siguin ells mateixos que reflexionin sobre quelcom i arribin a diverses conclusions, com per exemple, utilitzar el seu propi mètode per resoldre exercicis d'aritmètica, entre d'altres.

Per tant, tot docent, hauria de fer una petita reflexió i preguntar-se quin sentit té ensenyar als alumnes qualsevol tipus d'algorisme quan, mitjançant les seves pròpies reflexions i procediment, són capaços d'arribar a la resposta correcta, aprendre un contingut de manera significativa i escollir el procediment més eficient per a ells per resoldre un problema en una determinada situació. No ens podem oblidar que els nens arriben a l'escola amb un enorme potencial per desenvolupar un pensament sòlid i que el nostre objectiu, com a mestres, és intentar desenvolupar aquest potencial.

### 2.3. Estratègies de càlcul mental

Com hem dit anteriorment, com a mestres, hem d'intentar no ensenyar als alumnes una única manera per resoldre operacions (algorisme tradicional) sinó que hem d'ajudar a l'alumne/a a que desenvolupi el seu propi potencial i que sigui capaç de reflexionar sobre els diversos continguts i arribar a treure els seus propis procediments o estratègies. Per aquest motiu, Sherry Parrish (2010) exposa un seguit d'estratègies per treballar amb els alumnes a l'hora de resoldre operacions mentalment. Tot i així, cal dir, que aquestes estratègies les poden arribar a descobrir els nens tots sols o bé en poden descobrir de noves i igual de vàlides ja que no hi ha una única estratègia per resoldre una operació en concret.

A continuació, doncs, explicaré algunes de les estratègies que exposa Parrish (2010) per resoldre sumes mentalment. He escollit aquestes estratègies perquè són amb les que més m'he basat a l'hora d'observar què feien els alumnes per resoldre l'operació i a l'hora de proposar les set operacions de la part pràctica, operacions d'una, de dues i de tres xifres. Així doncs, les estratègies que explicaré són: d*escomposar els dos nombres en centenes, desenes i unitats*, *descomposar un dels nombres en centenes, desenes i unitats*, *fer nombres de referència*, *fer dobles*, *fer deus* i *compensar*.

I. **Descomposar els dos nombres en centenes, desenes i unitats.** Per aplicar aquesta estratègia, els nens i nenes han de tenir un bon domini de la descomposició dels número en centenes, desenes i unitats i, conseqüentment, el concepte de valor de posició ben aprés. Per tant, un cop assolit el concepte, es tracte de que l'alumne/a descompongui el dos sumands, és a dir, els dos nombres a sumar, i després comenci a sumar d'esquerra a dreta, sumant primer les centenes, llavors les desenes i finalment les unitats. D'aquesta manera, els alumnes eviten el problema d'equivocar-se quan han de recordar si en portem o no i, a més, saben argumentar que el número dos del número vint-i-tres en realitat equival al número vint i no a dos unitats. Aquesta observació també la fa Kamii quan parla dels efectes negatius que comporta ensenyar algorismes (apartat 2.2). Exemple:

**73 + 26 = 99**

70 + 20 = 90

3 + 6 = 9

90 + 9 = **99**

**176 + 120 = 296**

100 + 100 = 200

70 + 20 = 90

6 + 0 = 6

200 + 90 + 6 = **296**

II. **Descomposar un dels dos nombres en centenes, desenes i unitats.** Per aplicar aquesta estratègies, els alumnes han de dominar, igual que en l'estratègia anterior, la descomposició dels nombres en centenes, desenes i unitats ja que el procés que segueixen és molt similar. Aquest cop, a diferencia de l'anterior, els alumnes només descomponen un sol nombre, és a dir, descomponen el segon sumand, per exemple, i llavors van sumant en el primer sumand les centens, les desenes i, finalment, les unitats fins a obtenir el resultat final. Exemple:

**66 + 22 = 88**

66 + (20 + 2)

66 + 20 = 86

86 + 2 = **88**

**138 + 122 = 260**

138 + (100 + 20 + 2)

138 + 100 = 238

238 + 20 = 258

258 + 2 = **260**

III. **Fer nombres de referència.** Per aplicar aquesta estratègia, els nens i nenes posen en joc el seus coneixements sobre l'arrodoniment de nombres i el seu pensament crític a l'hora d'escollir quin nombre de referència triar. Quan parlem de nombre de referència, ens referim a buscar un nombre més senzill del què tenim per poder realitzar l'operació mentalment d'una manera més senzilla. És a dir, si l'alumne/a ha de resoldre 62 + 38 un nombre de referència que pot fer és afegir dos unitats al 38 ja que d'aquesta manera haurà de resoldre una operació més fàcil: 62 + 40. Ara bé, per poder obtenir el resultat correcte haurà de restar-li les dues unitats que ha afegit al principi. Cal dir, però, que també es pot utilitzar aquesta estratègia restant unitats en compte de sumant. Exemple:

| | |
|---|---|
| **52 + 38 = 90** | **114 + 128 = 242** |
| **-2** | **+2** |
| 50 + 38 = 88 | 114 + 130 = 244 |
| 88 + 2 = **90** | 244 – 2 = **242** |

**IV. Fer dobles.** Per aplicar aquesta estratègia, els alumnes han de tenir assolits els dobles més comuns, és a dir, dels nombres que més utilitzen en el seu dia a dia, com per exemple el doble de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 25, etc. Considerant que si saben el doble de dos, també tenen assolit el doble de 20. Tot i així, aquest fet no el podem donar sempre per assolit ja que alguns alumnes tenen dificultat per descobrir aquest tipus de relacions entre números (Baroody, 1988). Tenint en compte aquests aspectes, doncs, per fer ús d'aquesta estratègia el què fa l'alumne/a es buscar si pot fer el doble d'un dels dos sumands afegint o traient unitats. Igual que en l'estratègia anterior, si afegim o traiem unitats al final del procés també hem d'afegir-les o treure-les del resultat final. Exemple:

**62 + 59 = 121**
**+1**
62 + 60 = 122 ⟶ 60 + 60 = 120 (dobles)
120 + 2 = 122
122 – 1 = **121**

**V. Fer deus.** Per aplicar aquesta estratègia, els alumnes han de tenir ben assolit les descomposicions del número deu, és a dir, de quantes maneres diferents podem sumar deu i, a més, també han de ser capaços de fer aquesta relació amb les centenes i desenes ja que si 7 + 3 són 10, 70 + 30 seran 100 i així successivament. Per tant, doncs, els alumnes a l'hora d'utilitzar aquesta estratègia la poden utilitzar de dues maneres diferents, o bé fent deus amb les unitats dels dos sumands o bé fent deus amb les desenes dels dos sumands. En el cas d'un nombre de tres xifres passaria al mateix amb les centenes. Exemple:

| **83 + 17 = 100** | **63 + 42 = 105** |
|---|---|
| (80 + 3) + (10 + 7) | (60 + 3) + (40 + 2) |
| 80 + 10 + (3 + 7) | (60 + 40) + 3 + 2 |
| 80 + 10 + 10 = **100** | 100 + 3 + 2 = **105** |
| (Fer deus amb les unitats) | (Fer deus amb les desenes) |

VI. **Compensar.** Aquesta estratègia és molt semblant a l'estratègia de fer nombres de referència ja que els nens i nenes utilitzen més o menys al mateix procés però amb una petita diferencia. Per aplicar aquesta estratègia, doncs, el què fan els alumnes és intentar canviar un dels dos sumands per realitzar una operació més fàcil però, per fer-ho, intercanvien unitats entre ells. És a dir, l'alumne/a pot agafar dos unitats del primer sumand per donar-li en el segon sumand i, així, aconseguir una suma més fàcil. D'aquesta manera, l'alumne/a obtindrà el mateix resultat però realitzant una operació diferent gràcies al intercanvi d'unitats. Exemple:

**72 + 48 = 120**
**-2 → +2** → El 70 li dóna 2 unitats al
70 + 50 = **120**

Com he dit anteriorment, aquest seguit d'estratègies és possible que els nens i nenes les descobreixin per ells mateixos ja que si es treballen correctament els diferents continguts els alumnes l'aprendran significativament i, finalment, ells mateixos buscaran les seves pròpies estratègies per resoldre cada situació en concret. Per aquest motiu, doncs, si com a mestres seguim el pensament de Kamii i Piaget de no ensenyar cap tipus d'algorisme a les escoles, els alumnes utilitzaran moltes d'aquestes estratègies per resoldre operacions mentalment i donar resposta a molts problemes de la seva vida quotidiana.

Per acabar, si fem una petita reflexió sobre el procediment que seguim per resoldre cadascuna de les estratègies que ens proposa Parrish, podem observar que totes elles acaben per enfocar la resolució de l'operació d'esquerra a dreta, tot el contrari que l'algorisme tradicional, que va de dreta a esquerra. Aquest fet, el podem trobar en la investigació que va fer Kamii amb alumnes de primer fins a quart de Primària quan exposa que si deixem que un nen/a utilitzi el seu propi procediment sempre es decanta per començar a resoldre per l'esquerra, és a dir, per les centenes.

### 2.4. Didàctica del càlcul mental

Després d'haver parlat i reflexionat sobre quins efectes comportar l'ensenyament de l'algorisme i quines estratègies poden utilitzar als nens i nenes quan no l'utilitzen, cal dir que tot això no seria possible sinó canviéssim la manera d'ensenyar l'aritmètica a les escoles. Per aquest motiu, en aquest apartat faré referència a com s'ha de treballar amb els alumnes els diferents continguts i, concretament, el càlcul mental. Per fer-ho, doncs, explicaré què diuen diversos autors sobre com s'han d'ensenyar els continguts matemàtics a les aules per tal que els alumnes aconsegueixin un aprenentatge significatiu i, després, explicaré més concretament la didàctica del càlcul mental o de l'aritmètica (Sousa, 2008; Allsopp, Kyger i Lovin, 2008; Kamii, 1996).

En primer lloc, cal dir que l'ensenyament del càlcul mental i l'ensenyament dels diversos continguts matemàtics no són dos coses que van per separat, sinó que una cosa comporta a l'altre. És a dir, si l'alumne/a descobreix amb l'ajuda del mestre/a un contingut, aquest l'haurà assolit correctament i de manera significativa i, per tant, podrà descobrir amb facilitat diferents procediments per resoldre exercicis d'aritmètica per ell mateix.

Per aquest motiu, doncs, tot mestre/a hauria d'entendre l'aprenentatge de les matemàtiques com a un procés de desenvolupament que és mou des dels nivells més baixos de comprensió i complexitat fins als  nivells més alts. Així doncs, seguint aquest pensament, tot docent hauria d'enfocar la didàctica de les matemàtiques cap al model C-R-A (concret, representació i abstracte) per tal d'assegurar-se que tots els seus alumnes assoleixen una comprensió correcte en els tres nivells i desenvolupen una comprensió de les idees matemàtiques. Aquests tres nivells, però, van lligats, és a dir, per poder aplicar aquest model hem de seguir un ordre, com veurem a continuació (Sousa, 2008; Allsopp, Kyger i Lovin, 2008):

I. **Nivell concret (C):** aquest nivell és el nivell més bàsic de comprensió però a la vegada al més important ja que és quan els alumnes desenvolupen coneixement conceptual dels conceptes matemàtics. Per tant, quan els nens i nenes estan treballant en aquest nivell el seu objectiu és intentar descobrir un concepte matemàtic mitjançant material manipulable, és a dir, mitjançant cubs, pals, blocs, reglets, material base deu, entre d'altres. L'ús d'aquest material permet als alumnes reflexionar sobre com les idees matemàtiques es manifesten en els models o els objectes concrets, és a dir, són capaços de crear relacions entre una idea matemàtica que tenen i un objecte en concret, manipulatiu. Així doncs, podem dir que és el nivell més crucial en el procés d'ensenyament – aprenentatge dels alumnes perquè és on desenvolupen el coneixement matemàtic, és a dir, és on entenen el concepte que estan treballant.

II. **Nivell representatiu (R):** aquest nivell és el nivell que segueix l'alumne/a després d'haver treballat correctament amb el material manipulable (nivell concret) i, podríem dir, que és un nivell de transició cap al nivell d'abstracció. En aquest nivell, doncs, l'alumne/a treballa amb el mateix contingut matemàtic però en comptes d'utilitzar el material manipulable, plasma aquest material amb un dibuix. És a dir, es tracte de que els alumnes representin els objectes concret amb els què han estat treballant a partir d'un dibuix. A través d'aquesta representació, els alumnes s'adonen que hi ha atributs de la idea matemàtica que amb els objectes concrets ens poden passar per alt com és en el cas de la comparació de fraccions que les unitats han de ser iguals. Cal remarcar, però, que tot i ser un nivell de transició l'alumne/a no se'l pot saltar, ja que necessita passar per aquest nivell per poder assolir correctament el següent (nivell d'abstracció). A més, aprendre a dibuixar les solucions dels problemes és una estratègia molt bona pels alumnes amb dificultats i, per mala sort, s'usa molt poc.

III. **Nivell d'abstracció (A):** aquest nivell és el què assoleix l'alumne/a quan és competent en el nivell anterior (nivell representatiu) i l'objectiu principal és que l'estudiant explícitament connecti els sues coneixements adquirits en els nivells anteriors amb els símbols matemàtics. Per tant, els alumnes han de tenir interioritzat la comprensió concreta i representativa per utilitzar els símbols sense l'ajuda de materials ni dibuixos. Tot i així, s'hauria d'emfatitzar que aquest nivell va més enllà de saber utilitzar els símbols matemàtics, ja que l'alumne/a hauria de saber descriure que representen els símbols abstractes i el seu significat en determinats contextos. A més, una bona estratègia per aconseguir una bona comprensió del nivell abstracte és animar als alumnes a utilitzar al seu propi llenguatge per descriure la comprensió dels nivells anteriors, ja que a través de la comunicació verbal els alumnes estructuren les seves representacions mental, les seves idees.

Així doncs, per poder treballar d'una manera eficaç el càlcul mental, cal utilitzar aquest model (CRA) per tal que els alumnes puguin aconseguir una comprensió abstracte correcte de cada concepte matemàtic treballat i, conseqüentment, puguin crea els seus propis procediments. A més, per poder-lo dur a terme correctament s'han de tenir en compte quatre consideracions que explicitaré a continuació. Abans, però, cal dir que autors com Allsopp (2008) i Baroody (1987) també fomenten l'eficàcia de la utilització d'aquesta model.

I. **Consideració 1:** ús apropiat i divers d'objectes concrets per ensenyar un concepte o habilitat matemàtica.
II. **Consideració 2:** ús apropiat de dibuixos o imatges per les representacions dels objectes concrets.
III. **Consideració 3:** ús apropiat d'estratègies per ajudar als estudiants a fer la transició del nivell concret al nivell abstracte de comprensió.
IV. **Consideració 4:** determinar la comprensió dels estudiants a cada nivell abans de moure's cap al pròxim nivell.

En segon lloc, i com he dit al principi, ara explicaré com s'hauria de treballar l'aritmètica o el càlcul mental amb els nens i nenes a la classe. Tot i així, però, no podem oblidar que haver treballat seguint el model CRA els conceptes matemàtics també ens ajuda a que els alumnes puguin arribar a adquirir la seva pròpia aritmètica. Així doncs, a continuació explicaré quin és l'objectiu principal d'ensenyar aritmètica als nens i nenes i quins tipus d'exercicis hem de plantejar a classe (Kamii, 1996).

A l'hora de treballar qualsevol concepte matemàtic, hem de tenir molt clar quin és el nostre objectiu i allà on volem arribar i, per tant, amb l'aritmètica no passarà al contrari. Majoritàriament, l'objectiu tradicional que és vol aconseguir quan ensenyem aritmètica als alumnes és que aquests aconsegueixin obtenir la resposta correcte als problemes i sàpiguen escriure els símbols matemàtics. Ara bé, després d'haver parlat sobre quin model hem de seguir amb als alumnes per aprendre qualsevol contingut, em de reflexionar un xic sobre si aquest objectius s'adequa al model CRA o l'hem de modificar. Per aquest motiu, doncs, Kamii (1996) exposa que com a docents en hem de plantejar canviar aquest objectiu i enfocar l'ensenyament del càlcul mental cap a motivar als alumnes a inventar els seus propis procediments per resoldre problemes i a construir una xarxa de relacions numèriques.

Així doncs, un cop tenim marcat quin és el nostre objectiu i allà on volem arribar, hem d'intentar realitzar amb els alumnes activitats i exercicis que els motivin i, sobretot, que siguin significatius per a ells, és a dir, que hi trobin un sentit. Per aquest motiu, doncs, Kamii (1996) proposa tres tipus d'activitats per treballar amb els alumnes per tal d'aconseguir l'objectiu exposat anteriorment. Aquests tres tipus d'activitats són: *el raonament matemàtic aplicat a la vida quotidiana, els jocs en grup i els debats sobre la resolució dels problemes*, que explicaré a continuació.

I. **Recórrer a situacions de la vida quotidiana.** Els nens i nenes, des de ben petits, construeixen conceptes numèrics a partir de l'experiència adquirida en la seva vida quotidiana i, per aquest motiu, hem d'utilitzar el mateix tipus de situacions a l'escola. D'aquesta manera, aconseguim motivar a l'alumne/a i desenvolupar un aprenentatge més significatiu i proper. Algunes situacions d'aula que podem aprofitar del dia a dia del nen són: passar llista, posar la data i fer preguntes, fer votacions, dividir la classe en petits grups, distribuir objectes, resoldre problemes d'aula (dividir un pastís quan és l'aniversari d'algun company, repartir caramels a parts iguals, etc), entre d'altres. A més, els nens i nenes també s'interessen pel què passa a la vida real i aquestes situacions els motiven a reflexionar-hi, per tant, és bona idea incloure-les en la seva realitat d'aula.

II. **Els jocs en grup.** Molts de nosaltres tenim la idea errònia de que la paraula joc és sinònim de premi, recompensa, però en realitat els nens i nenes poden aprendre moltíssim a través d'ell. És cert que perquè un nen aprengui a sumar, resta, multiplicar, entre d'altres, ha de realitzar un seguit d'exercici per poder-ho posar en pràctica i, la majoria de vegades, seran exercicis repetitius. Ara bé, què passaria si en comptes de posar una fitxa de deures per practicar les sumes, per exemple, fem que el nen les practiqui jugant amb un company de classe? Doncs bé, a part de passar-ho bé, l'alumne/a practicaria d'una manera més dinàmica i divertida la suma i, a més, en la gran majoria de jocs no només hauria d'estar pendent de fer-ho bé ell, sinó que també hauria de prestar atenció a les respostes del seu company/a. Alguns jocs que podem incorporar a l'aula són el parxís, els jocs de cartes (pots fer diferents jocs), els jocs interactius, etc. Per tant, a través d'un joc l'alumne/a pot practicar qualsevol concepte matemàtic de manera més dinàmica i divertida, no cal recórrer a la fitxa de deures.

III. **Diferents maneres de resoldre els problemes.** La gran majoria de llibres per treballar l'aritmètica solen presentar primer les diferents tècniques de càlcul i llavors plantegen diversos problemes perquè els alumnes les apliquin. Ara bé, seguint amb la idea de que és el nen qui ha de descobrir-ho, aquest procediment hauria de ser al revés ja que primer s'ha de presentar al problema per tal que l'alumne/a pugui esculli la seva propi manera o procediment per trobar la resposta correcte. A més, aquests problemes tenen relació amb la seva vida quotidiana perquè el coneixement aritmètic sorgeix de la capacitat del nen per aplicar la lògica i les matemàtiques a la realitat (Kamii 1996). Un altre punt que hem de tenir en compte és com corregim aquests problemes que hem plantejat, ja que el procediment correcte seria esperar a que tots els alumnes hagin acabat (aixequen la mà), preguntar un a un la resposta i escriure el què han fet exactament a la pissarra, tenint en compte de no dir si està bé o malament. D'aquesta manera, doncs, el mestre/a aconsegueix que la resta d'alumnes donin la seva opinió sobre el resultat i, entre tots, mitjançant la reflexió conjunta i el debat arribaran a la resposta correcta. Per tant, és important com corregim els problemes amb els alumnes ja que mitjançant el intercanvi d'opinions els alumnes aprenen moltíssim.

Finalment, hem parlat sobre quin és el nostre nou objectiu a treballar amb els nens i quins tipus d'activitats hem de fer perquè aquests l'assoleixin. Ara bé, si hem canviat l'objectiu i la didàctica, no ens podem oblidar de l'avaluació del nen/a. Per tant, també haurà de patir un petit canvi i s'haurà d'enfocar cap a avaluar la seva forma de raonar i no centrar-se només en analitzar si la resposta és correcta o incorrecta. A més, cal dir que si el nostre objectiu és que l'alumne/a reflexioni sobre els diversos conceptes matemàtics, quin sentit té que només avaluem la resposta donada? Així doncs, i per acabar, si modifiquem la metodologia d'un contingut cal modificar, també, la seva avaluació i que aquesta concordi amb l'objectiu principal.

## 3. Part pràctica

### 3.1. Metodologia

L'objectiu principal de la meva recerca i que, per tant, he dut a terme durant les Pràctiques III a l'escola *El bosc de la Pabordia*, és observar i analitzar quines estratègies utilitzen els alumnes de primer fins a sisè de Primària a l'hora de resoldre sumes mentalment d'una, de dues i de tres xifres. A més, també analitzarem si aquestes estratègies evolucionen al llarg de la Primària, és a dir, observarem si els alumnes de primer i els alumnes de sisè utilitzen les mateix estratègies, o no.

Tenint en compte això, doncs, la metodologia que he utilitzar per dur a terme aquesta recerca és mitjançant l'observació. Ara bé, l'observació és un mètode descriptiu ja que l'objectiu principal és observar i descriure el què fan els alumnes en un moment determinat. Per aquest motiu, doncs, per dur a terme la recerca he utilitzat una observació estructurada, és a dir, he observat el què feien els alumnes en un context natural però proposant una tasca determinada, resoldre sumes mentalment.

La recerca realitzada és qualitativa perquè tot i que he analitzat quins procediments utilitzaven els alumnes mentre resolien determinades operacions mentalment, a l'hora de dur a terme la categorització m'he basat en un seguit d'estratègies ja donades, és a dir, he realitzat una categorització basant-me en Parrish (2010).

He realitzar un estudi de casos múltiples, ja que la investigació és descriptiva i s'ha centrat en un únic col·lectiu, és a dir, la recerca que he dut a terme està centrada a com deu alumnes de cada curs de Primària resolen sumes mentalment. L'objectiu, doncs, ha estat estudiar a fons quins procediments utilitzen els alumnes quan se'ls proposa resoldre una operació mentalment.

El tipus de mostreig que he utilitzat és intencional ja que he escollit a deu nens de cada curs (cinc de cada classe perquè l'escola és de dues línies). A més, per escollir aquests nens em vaig posar en contacte amb el tutor de cada curs per tal de poder escollir una mostra variada, és a dir, entre aquests deu nens hi havia d'haver alumnes bons, alumnes amb petites dificultat i, si era el cas, alumnes amb pla individualitzat (PI).

### 3.1.1. Instrument de recollida de dades

Per realitzar la recollida de dades m'he centrat en gravar en format vídeo els alumnes mentre resolien les diferents sumes proposades. Quan vaig tenir gravats a tots els alumnes que necessitava per dur a terme la meva recerca, vaig fer un buidatge de cada vídeo en concret, és a dir, vaig anar anotant en un paper quina estratègia utilitzava cada alumne/a per resoldre cada operació. Aquest fet, em va ser molt útil a l'hora de realitzar l'anàlisi de dades ja que si necessitava qualsevol cosa en concret era més còmode anar-ho a buscar en format paper que en format vídeo. Tot i així, cal dir que per obtenir aquestes dades, el format vídeo ha estat una idea excel·lent ja que, així, mentre realitzava la tasca amb els alumnes, no havia d'estar pendent d'escriure el què ells em deien.

Les operacions que he escollit perquè els alumnes les resolguessin són operacions pensades de tal manera que l'alumne/a pugui utilitzar més d'una estratègia. A més, cal dir, que les set operacions estan pensades seguint els següents criteris: sumes d'una, de dues i de tres xifres, sumes sense portant-ne, sumes portant-ne en les unitats, sumes portant-ne en les desenes i sumes amb la mateixa unitat, amb la desena i amb la mateixa centena. Com he dit anteriorment, doncs, aquest criteris estan pensant perquè els alumnes puguin utilitzar diverses estratègies per una determinada operació. Cal remarcar, que les operacions de tres xifres es van començar a fer amb els alumnes de cicle mitjà, és a dir, amb els nens i nenes de cicle inicial només vam realitzar les operacions d'una i de dues xifres.

A més de gravar als nens i nenes, he fet un anàlisi de documents el qual m'ha permès recollir dades important que altres investigadors han realitzar sobre el càlcul mental i la seva didàctica. D'aquesta manera, he pogut relacionar aquesta informació amb les dades obtingudes al llarg de la meva recerca per poder extreure conclusions.

### 3.1.2. Procediment de recollida de dades

La recerca ha estat realitzada a l'escola *El Bosc de la Pabordia*, situada al C/ Riera de Mus, a les afores de Girona. És una escola pública de dues línies i d'ensenyament primari que es va posar en marxa durant el curs 2007/2008 com a centre de nova creació amb l’objectiu de crear un projecte engrescador i una escola innovadora, solidària, plural, arrelada a la ciutat i al país, acollidora, participativa, alegre i feliç.

A més, el seu objectiu també és experimentar amb la natura, fomentar l’esperit crític i l’afany creatiu dels alumnes i treballar amb diferents projectes com: el projecte d’innovació educativa de llengües estrangeres, el projecte d’Escola Verda, entre d’altres. Cal dir, també, que és una escola on la majoria de les famílies disposen d’un nivell socioeconòmic mitja/alt i, aquest fet, comporta que estiguin bastant implicats pel què fa a la comunitat educativa de l’escola.

Les gravacions dels nens i nenes les he realitzat durant els mesos de gener i febre del 2014 i les vaig dur a terme en una aula de tutories de l’escola. Vaig escollir realitzar l’activitat en una aula a part per tal de poder estar a soles amb l’alumne/a i que aquest no es sentis incòmode per la resta de companys. A més, per poder realitzar preguntes de l’estil: *m’expliques com ho saps? Quins passos has seguit o què t’has imaginat per arribar a la solució?* (procurant no dir si està bé o malament el resultat) per saber com havia resolt cada operació era més pràctic i còmode estar sols. Cal dir, també, que l’alumne/a no tenia un temps determinat per resoldre l’operació sinó que disposava de tot el temps que necessités.

A l’hora d’escollir els nens i nenes de cada curs vaig demanar ajuda a cada tutor en concret ja que jo no em coneixia les característiques de cada alumne/a i, com he dit anteriorment, necessitava un alumne/a bo, un alumne/a amb petites dificultats i un alumne/a, si és el cas, amb pla individualitzat per tal de poder treballar amb una mostra variada.

Per acabar, cal dir que en les dades recollides no es dóna el nom real de cada alumne/a per qüestions de privacitat i, per tant, quan parlem d’un nen/a en concret en referirem a ell com a alumne/a 1, alumne/a 2, alumne/a 3, etc. Per contra, el nom de l’escola i la seva informació si que són reals ja que d’aquesta manera podrem saber en quin context real es mouen aquests alumnes.

### 3.2. Anàlisi de les estratègies de càlcul mental

Com he dit anteriorment, un cop he observat tots els vídeos i he fet un buidatge de les estratègies que ha utilitzat cada nen per resoldre cada suma, he identificat quines eren les estratègies, no repetides, que sortien. Un cop identificades les estratègies que utilitzaven, he creat la següent graella per tal de poder donar-li un color diferent a cada estratègia i, així, poder analitzar les estratègies que utilitzen els nens de cada curs (apartat 3.2.1), atorgant un color per estratègia. Aquest fet, m'ha ajudat a poder veure d'una manera més visual quina era l'evolució d'aquestes estratègies dins d'un mateix curs i al llarg de la Primària.

A continuació, doncs, podeu observar l'anàlisi dels resultats obtinguts de les estratègies que utilitzen els alumnes de Primària de l'escola *El Bosc de la Pabordia*.

Llegenda de les estratègies que utilitzen els alumnes:

| | COLOR | ESTRATÈGIES UTILITZADES |
|---|---|---|
| Operació d'una xifra | | Nombres de referència |
| | | Compensar |
| | | Fer dobles |
| | | Comptant amb els dits a partir del nombres més gran |
| | | Comptant amb els dits a partir del nombres més gran de manera errònia |
| | | Fet numèric conegut |
| Operacions de dues i tres xifres | | Descomponent tots dos nombres |
| | | Descomponent tots dos nombres de manera errònia, però a l'hora d'explicar com ho ha fet se'n adona i rectifica |
| | | Descomponent tots dos nombres de manera errònia |
| | | Algorisme tradicional |
| | | Algorisme tradicional amb errors de càlcul, però a l'hora d'explicar com ho ha fet se'n adona i rectifica |
| | | Algorisme tradicional amb errors de càlcul |
| | | Fer dobles |
| | | Fer dobles de manera errònia |
| | | Fer deus |
| | | Nombres de referència i algorisme tradicional |

### 3.2.1. Estratègies que utilitzen els alumnes d'Educació Primària

1. Estratègies que utilitzen els nens de Primer de Primària:

| NOM | OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 |
| Alumne 1 | | | | |
| Alumne 2 | | | | |
| Alumne 3 | | | | |
| Alumne 4 | | | | |
| Alumne 5 | | | | |
| Alumne 6 | | | | |
| Alumne 7 | | | | |
| Alumne 8 | | | | |
| Alumne 9 | | | | |
| Alumne 10 | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| Estratègia utilitzada | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|
| | | | 7 | 1, 2, 3, 5, 6, 8 i 9 |
| | | | 1 | 7 |
| | | | 2 | 4 i 10 |
| Total nº d'alumnes | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 7 | 1, 2, 3, 5, 6, 8 i 9 |
| | 3 | 4, 7 i 10 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues xifres:

| Estratègia utilitzada | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|
| | | 8 | 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 i 9 |
| | | 2 | 4 i 10 |
| **Total nº d'alumnes** | | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| Estratègia utilitzada | Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia |
|---|---|
| | 7 |
| | 3 |
| | 28 |
| | 2 |
| **Total nº d'operacions** | 40 |

Els alumnes de Primer de Primària per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen dues estratègies diferents: els dits (alumne/a 1, 2, 3, 5, 6, 8 i 9) i nombres de referència (alumne/a 4, 7 i 10), amb un clar predomini de l'estratègia d'utilitzar els dits.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues xifres, hi ha vuit alumnes que utilitzen només l'algorisme tradicional (alumne/a 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 i 9) i, en canvi, només hi ha dos alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 4 i 10). Aquests dos alumnes, coincideixen en l'elecció de l'estratègia per a totes les operacions de dues xifres, utilitzant la descomposició només per resoldre 32 + 12.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat els alumnes, podem observar que vuit alumnes utilitzen dos estratègies diferents (alumne/a 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 i 9) i que només dos alumnes n'utilitzen tres (alumne/a 4 i 10). Els alumnes que han utilitzat dues estratègies, una de les dues era l'algorisme tradicional, en canvi, els alumnes que han utilitzat tres estratègies eren l'algorisme tradicional, la descomposició i una altra estratègia. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional i una minoria utilitzen la descomposició.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, l'estratègia més utilitzada i amb una diferència molt notable és l'algorisme tradicional i les altres estratègia només s'utilitzen per resoldre la suma 9 + 8.

2. Estratègies que utilitzen els nens de Segon de Primària:

| NOM | OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 |
| Alumne 1 | | | | |
| Alumne 2 | | | | |
| Alumne 3 | | | | |
| Alumne 4 | | | | |
| Alumne 5 | | | | |
| Alumne 6 | | | | |
| Alumne 7 | | | | |
| Alumne 8 | | | | |
| Alumne 9 | | | | |
| Alumne 10 | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| Estratègia utilitzada | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|
| | | | 5 | 2, 3, 5, 7 i 9 |
| | | | 1 | 8 |
| | | | 2 | 1 i 6 |
| | | | 2 | 4 i 10 |
| Total nº d'alumnes | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| **Estratègia utilitzada** | **Nº alumnes** | **Alumnes** |
| --- | --- | --- |
| | 5 | 2, 3, 5, 7 i 9 |
| | 3 | 1, 6 i 8 |
| | 2 | 4 i 10 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues xifres:

| **Estratègia utilitzada** | | **Nº alumnes** | **Alumnes** |
| --- | --- | --- | --- |
| | | 6 | 2, 3, 5, 7, 8 i 9 |
| | | 4 | 1, 4, 6 i 10 |
| **Total nº d'alumnes** | | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| **Estratègia utilitzada** | **Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia** |
| --- | --- |
| | 5 |
| | 3 |
| | 2 |
| | 22 |
| | 8 |
| **Total nº d'operacions** | 40 |

Els alumnes de Segon de Primària, per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen tres estratègies diferents: els dits (alumne/a 2, 3, 5, 7 i 9) fer dobles (alumne/a 1, 6 i 8) i compensar (alumne/a 4 i 10). Tot i així, resoldre l'operació amb els dits és l'estratègia que més predomina entre els alumnes de segon curs.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues xifres, els alumnes utilitzen l'algorisme tradicional i la descomposició. Hi ha sis alumnes que només utilitzen l'algorisme tradicional (alumne/a 2, 3, 5, 7, 8 i 9) i quatre alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 1, 4, 6 i 10). Aquests quatre alumnes, coincideixen en l'elecció de l'estratègia per a totes les operacions de dues xifres, utilitzant l'algorisme tradicional només per resoldre 64 + 38.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat els alumnes, podem observar que sis alumnes han utilitzat dues estratègies diferents (alumne/a 2, 3, 5, 7, 8 i 9) i que quatre alumnes han utilitzat tres estratègies (alumne/a 1, 4, 6 i 10). Els alumnes que han utilitzat dues estratègies, una de les dues era l'algorisme tradicional, en canvi, els alumnes que han utilitzat tres estratègies eren l'algorisme tradicional, la descomposició i una altra estratègia. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional i una minoria utilitzen la descomposició.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, l'estratègia més utilitzada i amb una diferència notable és l'algorisme tradicional i, com hem vist en el curs anterior, les altres estratègia només s'utilitzen per resoldre la suma 9 + 8.

3. Estratègies que utilitzen els nens de Tercer de Primària:

| NOM | OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 | 144 + 124 | 134 + 136 | 165 + 158 |
| Alumne 1 | | | | | | | |
| Alumne 2 | | | | | | | |
| Alumne 3 | | | | | | | |
| Alumne 4 | | | | | | | |
| Alumne 5 | | | | | | | |
| Alumne 6 | | | | | | | |
| Alumne 7 | | | | | | | |
| Alumne 8 | | | | | | | |
| Alumne 9 | | | | | | | |
| Alumne 10 | | | | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| Estratègia utilitzada | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|
| | | | 3 | 4, 5 i 7 |
| | | | 1 | 1 |
| | | | 1 | 3 |
| | | | 1 | 2 |
| | | | 2 | 6 i 10 |
| | | | 1 | 8 |
| | | | 1 | 9 |
| Total nº d'alumnes | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 4 | 1, 2, 5 i 7 |
| | 2 | 2 i 3 |
| | 3 | 6, 8 i 10 |
| | 1 | 9 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues i tres xifres:

| Estratègia utilitzada | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|
| | | 4 | 3, 4, 5 i 7 |
| | | 4 | 1, 2, 6 i 10 |
| | | 2 | 8 i 9 |
| **Total nº d'alumnes** | | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| Estratègia utilitzada | Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia |
|---|---|
| | 4 |
| | 2 |
| | 3 |
| | 1 |
| | 30 |
| | 30 |
| **Total nº d'operacions** | 70 |

Els alumnes de Tercer de Primària per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen quatre estratègies diferents: un fet numèric conegut (alumne/a 2 i 3), fer dobles (alumne/a 1, 4, 5 i 7), nombres de referència (alumne/a 6, 8 i 10) i compensar (alumne/a 9). Tot i així, les dues estratègies que més predominen són la de fer dobles amb quatre alumnes i la de fer nombres de referència amb tres alumnes.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues i tres xifres, hi ha quatre alumnes que només utilitzen l'algorisme tradicional (alumne/a 3, 4, 5 i 7), quatre que només utilitzen la descomposició (alumne/a 1, 2, 6 i 10) i dos alumnes que utilitzen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 8 i 9). Aquests alumnes (alumne/a 8 i 9), coincideixen en l'elecció de l'estratègia excepte en les dues primeres sumes. Amb les dades que tenim no podem saber com ho han fet per escollir l'estratègia (algorisme tradicional o descomposició), els ho hauríem de demanar.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat els alumnes, podem observar que vuit alumnes han utilitzat dues estratègies diferents (alumne/a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 10) i, en canvi, només dos alumnes han utilitzat tres estratègies (alumne/a 9 i 10). Els alumnes que han utilitzat dues estratègies, una de les dues era o bé l'algorisme tradicional o bé la descomposició. En canvi, els alumnes que han utilitzat tres estratègies eren l'algorisme tradicional, la descomposició i un altra estratègia. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional i la descomposició.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, les estratègies més usades són l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres i, com hem vist anteriorment, les altres estratègies només s'utilitzen per resoldre la suma 9 + 8.

4. Estratègies que utilitzen els nens de Quart de Primària:

| NOM | OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 | 144 + 124 | 134 + 136 | 165 + 158 |
| Alumne 1 | | | | | | | |
| Alumne 2 | | | | | | | |
| Alumne 3 | | | | | | | |
| Alumne 4 | | | | | | | |
| Alumne 5 | | | | | | | |
| Alumne 6 | | | | | | | |
| Alumne 7 | | | | | | | |
| Alumne 8 | | | | | | | |
| Alumne 9 | | | | | | | |
| Alumne 10 | | | | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| Estratègia utilitzada | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 8 |
| | | | 1 | 5 |
| | | | 1 | 1 |
| | | | 1 | 9 |
| | | | 5 | 2, 3, 4, 6 i 7 |
| | | | 1 | 10 |
| Total nº d'alumnes | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 1 | 8 |
| | 2 | 1 i 5 |
| | 1 | 9 |
| | 6 | 2, 3, 4, 6, 7 i 10 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues i tres xifres:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 7 | 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 |
| | 1 | 10 |
| | 2 | 1 i 9 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| Estratègia utilitzada | Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia |
|---|---|
| | 1 |
| | 2 |
| | 1 |
| | 6 |
| | 47 |
| | 13 |
| **Total nº d'operacions** | 70 |

Els alumnes de Quart de Primària per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen quatre estratègies diferents: els dits (alumne/a 8), un fet numèric conegut (alumne/a 9), fer dobles (alumne/a 1 i 5) i nombres de referència (alumne/a 2, 3, 4, 6, 7 i 10). Tot i així, l'estratègia més utilitzada és la de fer nombres de referència.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues i tres xifres, només utilitzen l'algorisme tradicional i la descomposició. Hi ha set alumnes que només utilitzen l'algorisme tradicional (alumne/a 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8), un que només utilitza la descomposició (alumne/a 10) i dos alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 1 i 9), coincidint en l'elecció de l'estratègia només en les operacions 23 + 27, 134 + 136 i 165 + 138.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat, veiem, igual que en el curs anterior, que vuit alumnes han utilitzat dues estratègies diferents (alumne/a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 10) i només dos alumnes (alumne/a 1 i 9) han utilitzat tres estratègies. Els alumnes que han utilitzat dues estratègies, utilitzen o bé l'algorisme tradicional o bé la descomposició, en canvi, els alumnes que utilitzen tres estratègies, utilitzen l'algorisme tradicional, la descomposició i una altra estratègia diferent. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional i una minoria la descomposició.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, l'estratègia més utilitzada i amb molta diferència és l'algorisme tradicional i, com a la resta de cursos, les altres estratègia només s'utilitzen per resoldre la suma 9 +8.

5. Estratègies que utilitzen els nens de Cinquè de Primària:

| NOM | OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 | 144 + 124 | 134 + 136 | 165 + 158 |
| Alumne 1 | | | | | | | |
| Alumne 2 | | | | | | | |
| Alumne 3 | | | | | | | |
| Alumne 4 | | | | | | | |
| Alumne 5 | | | | | | | |
| Alumne 6 | | | | | | | |
| Alumne 7 | | | | | | | |
| Alumne 8 | | | | | | | |
| Alumne 9 | | | | | | | |
| Alumne 10 | | | | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| Estratègia utilitzada | | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 2 | 2 i 5 |
| | | | | 1 | 4 |
| | | | | 1 | 1 |
| | | | | 3 | 3, 9 i 10 |
| | | | | 1 | 6 |
| | | | | 2 | 7 i 8 |
| **Total nº d'alumnes** | | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 2 | 2 i 5 |
| | 2 | 1 i 4 |
| | 4 | 3, 6, 9 i 10 |
| | 2 | 7 i 8 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues i tres xifres:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 7 | 2, 3, 5, 7, 8, 9 i 10 |
| | 2 | 6 i 4 |
| | 1 | 1 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| Estratègia utilitzada | Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia |
|---|---|
| | 2 |
| | 3 |
| | 4 |
| | 2 |
| | 49 |
| | 9 |
| | 1 |
| **Total nº d'operacions** | 70 |

Els alumnes de Cinquè de Primària per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen quatre estratègies diferents: els dits (alumne/a 2 i 5), fer dobles (alumne/a 1 i 4), fer nombres de referència (alumne/a 3, 6, 9 i 10) i compensar (alumne/a 7 i 8). Tot i així, l'estratègia que destaca un xic més que les altres és la de fer nombres de referència.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues i tres xifres, els alumnes majoritàriament utilitzen l'algorisme tradicional i la descomposició. Hi ha set alumnes que només utilitzen l'algorisme tradicional (alumne/a 2, 3, 5, 7, 8, 9 i 10) i tres alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 1, 4 i 6), coincidint en l'elecció de l'estratègia només en l'operació 64 + 38. Cal destacar, però, que l'alumne/a 1 a l'hora de resoldre aquestes operacions també utilitza l'estratègia de fer dobles i nombres de referència.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat, podem observar que set alumnes han utilitzat dues estratègies diferents (alumne/a 2, 3, 5, 7, 8, 9 i 10), que dos alumnes han utilitzat tres estratègies (alumne/a 4 i 6) i que un alumne/a ha utilitzat cinc estratègies (alumne/a 1). Els alumnes que han utilitzat dues estratègies una de les dues era l'algorisme tradicional, en canvi, els alumnes que utilitzen tres estratègies, utilitzen l'algorisme tradicional, la descomposició i una altra estratègia diferent. Excepte l'alumne/a 1, que utilitza cinc estratègies diferents combinant l'algorisme tradicional, la descomposició, fer dobles i fer nombres de referència. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, l'estratègia més utilitzada i amb molta diferència és l'algorisme tradicional i, com en els cursos anteriors, les altres estratègies només s'utilitzen per resoldre la suma 9 + 8.

6. Estratègies que utilitzen els nens de Sisè de Primària:

| **NOM** | **OPERACIONS PER RESOLDRE MENTALMENT** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 + 8 | 32 + 12 | 23 + 27 | 64 + 38 | 144 + 124 | 134 + 136 | 165 + 158 |
| Alumne 1 | | | | | | | |
| Alumne 2 | | | | | | | |
| Alumne 3 | | | | | | | |
| Alumne 4 | | | | | | | |
| Alumne 5 | | | | | | | |
| Alumne 6 | | | | | | | |
| Alumne 7 | | | | | | | |
| Alumne 8 | | | | | | | |
| Alumne 9 | | | | | | | |
| Alumne 10 | | | | | | | |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a:

| **Estratègia utilitzada** | | | | **Nº alumnes** | **Alumnes** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | 2 |
| | | | | 1 | 10 |
| | | | | 1 | 8 |
| | | | | 2 | 1 i 7 |
| | | | | 1 | 3 |
| | | | | 1 | 4 |
| | | | | 1 | 6 |
| | | | | 2 | 5 i 9 |
| **Total nº d'alumnes** | | | | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre l'operació 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|
| | 1 | 2 |
| | 2 | 8 i 10 |
| | 5 | 1, 3, 4, 6 i 7 |
| | 2 | 5 i 9 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 |

- Si no es tenen en compte els errors numèrics i només ens fixem en l'estratègia utilitzada per cada alumne/a per resoldre les sumes de dues i tres xifres:

| Estratègia utilitzada | | | Nº alumnes | Alumnes |
|---|---|---|---|---|
| | | | 6 | 1, 2, 5, 7, 9 i 10 |
| | | | 2 | 3 i 8 |
| | | | 1 | 4 |
| | | | 1 | 6 |
| **Total nº d'alumnes** | | | 10 | 10 |

- Si només ens fixem en la freqüència d'ús de l'estratègia independentment de la suma i l'alumne/a:

| Estratègia utilitzada | Nª de vegades que s'ha usat l'estratègia |
|---|---|
| | 1 |
| | 3 |
| | 5 |
| | 2 |
| | 51 |
| | 7 |
| | 1 |
| **Total nº d'operacions** | 70 |

Els alumnes de Sisè de Primària per resoldre la suma 9 + 8 utilitzen quatre estratègies diferents: els dits (alumne/a 2), fer dobles (alumne/a 8 i 10), fer nombres de referència (alumne/a 1, 3, 4, 6 i 7) i compensar (alumne/a 5 i 9). Tot i així, l'estratègia més utilitzada pels alumnes de sisè curs és fer nombres de referència.

D'altra banda, per resoldre les sumes de dues i tres xifres, els alumnes majoritàriament utilitzen l'algorisme tradicional i la descomposició. Hi ha sis alumnes que només utilitzen l'algorisme tradicional (alumne/a 1, 2, 5, 7, 9 i 10) i quatre alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició (alumne/a 3, 4, 6 i 8). Cal destacar, però, que l'alumne/a 4 també utilitza l'estratègia de fer dobles i l'alumne/a 6 utilitza l'estratègia de fer deus.

A més, si només tenim en compte el nombre d'estratègies que han utilitzat, podem observar que sis alumnes han utilitzat dues estratègies diferents (alumne/a 1, 2, 5, 7, 9 i 10), que dos alumnes han utilitzat tres estratègies (alumne/a 3 i 8) i que dos alumnes han utilitzat quatre estratègies (alumne/a 4 i 6). Els alumnes que han utilitzat dues estratègies, una de les dues era l'algorisme tradicional, en canvi, els alumnes que han utilitzat tres estratègies, utilitzen l'algorisme tradicional, la descomposició i una altra estratègia diferent. Excepte l'alumne/a 4 i 6 que utilitzen quatre estratègies diferents, essent aquestes fer deus i fer dobles. Tot i així, cal dir que si prescindim de l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional.

Finalment, independentment de l'operació i l'alumne/a, l'estratègia més utilitzada i amb molta diferència és l'algorisme tradicional i, com hem vist anteriorment, les altres estratègies només s'utilitzen per resoldre la suma 9 + 8.

### 3.2.2. Evolució de les estratègies de 1r a 6è

Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè, independentment dels errors de càlcul:

| Estratègia utilitzada | | | | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 7 | 5 | | 1 | 2 | 1 | 16 |
| | | | | | 1 | 3 | 1 | | 1 | 6 |
| | | | | | | 1 | | | | 1 |
| | | | | | 2 | | 1 | 1 | 1 | 5 |
| | | | | | | | | 1 | | 1 |
| | | | | 1 | | 1 | | | | 2 |
| | | | | | | 1 | | | | 1 |
| | | | | 2 | | | 1 | | | 3 |
| | | | | | | | 5 | 3 | 2 | 10 |
| | | | | | | 2 | 1 | | | 3 |
| | | | | | | 1 | | 1 | 1 | 3 |
| | | | | | | | | | 1 | 1 |
| | | | | | | | | | 1 | 1 |
| | | | | | | | | 2 | 2 | 4 |
| | | | | | 2 | 1 | | | | 3 |
| **Total nº d'alumnes** | | | | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 60 |

- Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè independentment dels errors de càlcul per a la suma 9 + 8:

| Estratègia utilitzada | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 5 | | 1 | 2 | 1 | 16 |
| | | 3 | 4 | 2 | 2 | 2 | 13 |
| | 3 | | 2 | 1 | | | 6 |
| | | | 3 | 6 | 4 | 5 | 18 |
| | | 2 | 1 | | 2 | 2 | 7 |
| **Total nº d'operacions** | | | | | | | 60 |

- Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè independentment dels errors de càlcul per a les sumes de dues i tres xifres:

| **Estratègia utilitzada** | | | **1er** | **2on** | **3er** | **4art** | **5è** | **6è** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 8 | 6 | 4 | 7 | 7 | 6 | 38 |
| | | | | | 4 | 1 | | | 5 |
| | | | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 14 |
| | | | | | | | 1 | | 1 |
| | | | | | | | | 1 | 1 |
| | | | | | | | | 1 | 1 |
| **Total nº d'alumnes** | | | | | | | | | 60 |

Per resoldre l'operació 9 + 8 els alumnes utilitzen més varietat d'estratègies, en canvi, per resoldre les operacions de dues i tres xifres utilitzen, majoritàriament, l'algorisme tradicional. La descomposició de nombres s'utilitza en minoria.

Si ens fixem en l'evolució de les estratègia que han utilitzat els alumnes per resoldre totes les operacions, podem observar que els alumnes que han utilitzat dues estratègies diferents, majoritàriament, han utilitzat els dits o nombres de referència i l'algorisme tradicional (amb 26 alumnes) i, en canvi, els alumnes que han utilitzat tres estratègies, utilitzen l'estratègia de fer dobles, l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres (amb 5 alumnes).

D'altra banda, si només ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 9 + 8 podem observar que les tres estratègies més utilitzades són: els dits (amb 16 alumnes), fer dobles (amb 13 alumnes) i fer nombres de referència (amb 18 alumnes). En canvi, si ens fixem en les operacions de dues i tres xifres, les estratègies més utilitzades són l'algorisme tradicional (amb 38 alumnes), la descomposició de nombres (amb 5 alumnes) i la combinació de l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres (amb 14 alumnes).

A més, si ens fixem en l'evolució de cada estratègia al llarg dels cursos, podem observar que el nombre d'alumnes que només usen l'algorisme tradicional per resoldre operacions de dues xifres està entre 6 i 8, és a dir, més de la meitat dels alumnes, excepte a tercer on només són 4 els alumnes que l'utilitzen. Per tant, a tercer és el curs on hi ha menys alumnes que només utilitzin l'algorisme tradicional. Tot i així, els alumnes de tercer i quart són els únics que han resolt totes les operacions utilitzant només la descomposició (a tercer son gairebé la meitat i a quart només un alumne/a). Un fet a destacar, és que els alumnes que combinen l'algorisme tradicional i la descomposició són dos a tots els cursos, excepte a segon que hi ha quatre alumnes. Tot i així, també hi ha alumnes que han utilitzat l'estratègia de fer deus, la de fer dobles i la de fer nombres de referència però aquest són la minoria i es concentren a cicle superior (fer deus i fer dobles només 2 alumnes a sisè i nombres de referència 1 alumne/a a cinquè).

### 3.2.3. Evolució de les estratègies per a cada operació

1. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **9 + 8**:

| Estratègia utilitzada | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 5 | | 1 | 2 | 1 | 16 |
| | | 3 | 4 | 2 | 2 | 2 | 13 |
| | 3 | | 2 | 1 | | | 6 |
| | | | 3 | 6 | 4 | 5 | 18 |
| | | 2 | 1 | | 2 | 2 | 7 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 60 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 9 + 8, podem observar que l'estratègia d'utilitzar els dits s'utilitza majoritàriament a primer (amb 7 alumnes), però també s'utilitza de manera minoritària a la resta de cursos, excepte a tercer que desapareix del tot. En canvi, l'estratègia de fer dobles s'utilitza més a cicle mitjà (a tercer en són 4 i a quart en són 2) tot i que, igual que l'anterior, és una estratègia que s'utilitza a la resta de cursos excepte a primer. Cal destacar, també, que l'estratègia més utilitzada pels alumnes de quart, cinquè i sisè és l'estratègia de fer nombres de referència ( 6 alumnes a 4rt, 4 alumnes a 5è i cinc alumnes a 6è).

Finalment, les dues estratègies menys utilitzades pels alumnes de primària són l'estratègia de compensar i l'estratègia d'un fet numèric conegut. Un fet numèric conegut predomina més a primer amb 3 alumnes i compensar predomina més a cicle superior (2 alumnes a 5è i 2 alumnes a 6è). Tot i així, cal dir que són les estratègies menys utilitzades al llarg dels diferents cursos.

2. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **32 + 12**:

| Estratègia utilitzada | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | 8 | 6 | 5 | 8 | 8 | 9 | 44 |
| | 2 | 4 | 5 | 2 | 2 | 1 | 16 |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 60 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 32 + 12, podem observar que l'estratègia més utilitzada, amb una diferència notable, és la utilització de l'algorisme tradicional ja que a primer, quart, cinquè i sisè quatre cinquenes parts dels alumnes utilitzen l'algorisme tradicional. En canvi, a segon i a tercer només la meitat, ja que els alumnes combinen més l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres. Per tant, fixant-nos amb l'evolució, podem observar com la utilització de l'algorisme tradicional predomina al llarg dels cursor de manera majoritària ja que gairebé tots els alumnes l'utilitzen, excepte a segon i tercer que només l'utilitzen la meitat dels alumnes. Tot i així, l'estratègia de descomposar també es mante de manera minoritària ja que només l'utilitzen un o dos alumnes a cada curs, excepte a segon amb 4 alumnes i a tercer amb 5.

Així doncs, l'estratègia més utilitzada per resoldre l'operació 32 + 12 és l'algorisme tradicional, amb una clara diferència, excepte a tercer on s'utilitza en la mateixa mesura que l'estratègia de descomposar.

3. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **23 + 27**:

| Estratègia utilitzada | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1 | | 1 |
| | 10 | 6 | 5 | 7 | 8 | 8 | 44 |
| | | 4 | 5 | 3 | 1 | 1 | 14 |
| | | | | | | 1 | 1 |
| | | | | | | | |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 60 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 23 + 27, podem observar que l'estratègia més utilitzada, igual que en l'operació anterior, és la utilització de l'algorisme tradicional ja que els alumnes de primer sempre utilitzen l'algorisme tradicional i els alumnes de quart, cinquè i sisè l'utilitzen quatre cinquenes parts. En canvi, els alumnes de segon i cicle mitjà segueixen combinant, d'una manera més repartida, l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres. Per tant, donant un cop d'ull a l'evolució, podem observar que l'algorisme tradicional s'utilitza de manera irregular, essent cicle inicial (amb 10 alumnes) i cicle superior (16 alumnes) on més s'utilitza, en canvi a tercer podem veure que queda equilibrat, cinc alumnes utilitzen l'algorisme tradicional i cinc alumnes més la descomposició. A més, podem observar que l'estratègia de descomposar disminueix de manera notable al llarg dels curos i que l'estratègia de fer deus i fer dobles apareix només a cicle superior amb dos alumnes.

Així doncs, l'estratègia més utilitzada per resoldre l'operació 23 + 27 és l'algorisme tradicional, igual que en l'operació anterior, excepte a tercer que s'utilitza per igual l'algorisme tradicional i la descomposició. Tot i així, però, hi ha dos alumnes que utilitzen l'estratègia de fer deus i l'estratègia de fer dobles.

4. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **64 + 38**:

| Estratègia utilitzada | 1er | 2on | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | 10 | 10 | 4 | 8 | 7 | 9 | 48 |
| | | | 6 | 2 | 3 | 1 | 12 |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 60 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 64 + 38, podem observar que l'estratègia més utilitzada és la utilització de l'algorisme tradicional ja que els alumnes de cicle inicial sempre utilitzen l'algorisme tradicional i els alumnes de quart, cinquè i sisè el segueixen utilitzant majoritàriament. En canvi, cal destacar, que els alumnes de tercer segueixen combinant l'algorisme tradicional amb la descomposició de nombres. Per tant, fixant-nos en l'evolució, podem observar que els alumnes utilitzen l'algorisme tradicional de manera irregular ja que la disminució més notable és a tercer (amb 4 alumnes) però a la resta de cursos pràcticament tots l'utilitzen. A més, pel què fa a la descomposició segueix disminuint al llarg dels cursos de manera notable, excepte a tercer (amb 6 alumnes).

Així doncs, l'estratègia més utilitzada per resoldre l'operació 64 + 38 segueix essent l'algorisme tradicional i, per tant, podem observar que per resoldre operacions de dues xifres els alumnes es decanten, majoritàriament, per l'algorisme tradicional.

5. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **144 + 124**:

| **Estratègia utilitzada** | **3er** | **4art** | **5è** | **6è** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | 6 | 8 | 9 | 9 | 32 |
| | 4 | 2 | 1 | 1 | 8 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 144 + 124, podem observar que les úniques estratègies utilitzades per resoldre aquesta operació són l'algorisme tradicional i la descomposició.

Ara bé, l'estratègia més utilitzada a tots els cursos per resoldre aquesta operació és l'algorisme tradicional ja que l'utilitzen més de la meitat dels alumnes de cada curs, però conforme avancen els cursos augmenta el nombre d'alumnes que l'utilitzen fins arribar a nou (tots els alumnes de la classe menys un) a cicle superior.

Pel que fa a l'estratègia de descomposar els dos nombres passa tot el contrari ja que on més s'utilitza l'estratègia és a tercer (4 alumnes) i el nombre d'alumnes que l'utilitza va disminuint al llarg dels cursos fins a arribar que només un alumne utilitza aquesta estratègia a cicle superior. Per tant, a tercer curs l'algorisme tradicional i la descomposició s'utilitzen gairebé per igual i a la resta de cursos els alumnes utilitzen l'algorisme tradicional excepte un o dos.

6. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **134 + 136**:

| **Estratègia utilitzada** | **3er** | **4art** | **5è** | **6è** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | 1 |
| | 4 | 7 | 8 | 8 | 27 |
| | 6 | 3 | 1 | 1 | 11 |
| | | | | | |
| | | | 1 | | 1 |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 134 + 136, podem observar que els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional. Això és degut a que els alumnes de quart, cinquè i sisè segueixen utilitzant normalment l'algorisme tradicional i, en canvi, els alumnes de tercer segueixen mantenint la combinació entre l'algorisme tradicional i la descomposició de nombres. Per tant, si ens fixem amb l'evolució al llarg dels cursos, podem observar com l'algorisme tradicional augmenta de manera notable (4 alumnes a 3er, 7 alumnes a 4r i 8 alumnes a 5è i 6è) però, en canvi, l'estratègia de descomposar disminueix (6 alumnes a 3r, 3 alumnes a 4rt i 1 alumnes a 5è i 6è).

Així doncs, l'estratègia més utilitzada per resoldre l'operació 134 + 136 segueix essent l'algorisme tradicional, excepte a tercer que els alumnes utilitzen més la descomposició (6 alumnes). A més, cal destacar que hi ha dos alumnes que utilitzen l'estratègia de fer dobles (1 alumne/a a6è) i l'estratègia de fer nombres de referència (1 alumne/a a 5è).

7. Evolució de les estratègies que utilitzen els alumnes de primer fins a sisè per a resoldre l'operació **165 + 158**:

| Estratègia utilitzada | 3er | 4art | 5è | 6è | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | 6 | 9 | 9 | 8 | 32 |
| | 4 | 1 | 1 | 2 | 8 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| **Total nº d'alumnes** | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |

Si ens fixem en l'evolució de les estratègies per resoldre l'operació 165 + 138, podem observar que les úniques estratègies utilitzades per resoldre aquesta operació són l'algorisme tradicional i la descomposició.

L'estratègia més utilitzada a tots els cursos per resoldre aquesta operació és l'algorisme tradicional ja que l'utilitzen més de la meitat dels alumnes a cada curs, però conforme avancen els cursos augmenta al nombre d'alumnes que l'utilitzen fins arribar a nou (tots els alumnes de la classe menys un). Cal remarcar, però, que els alumnes de quart i cinquè són els que m'és l'utilitzen.

Pel que fa a l'estratègia de descomposar els dos nombres passa tot el contrari ja que on més s'utilitza l'estratègia és a tercer, amb quatre alumnes, i el nombre d'alumnes que l'utilitza va disminuint al llarg dels cursos fins a arribar que només un alumne de quart, un alumne de cinquè i dos alumnes de sisè utilitzen l'estratègia. Per tant, a tercer, l'algorisme tradicional i la descomposició s'utilitzen gairebé per igual i a la resta de cursos els alumnes utilitzen l'algorisme tradicional excepte un o dos.

## 4. Conclusions

Al llarg d'aquesta treball, i com he dit anteriorment, he fet recerca sobre el càlcul mental amb els nens i nenes d'Educació Primària. Més concretament, he treballat aquests tres objectius:

1. Conèixer i identificar quines estratègies utilitzen els alumnes dels diferents cursos d'Educació Primària (de primer a sisè) a l'hora de resoldre sumes d'una, de dues i tres xifres mentalment.

2. Observar si les estratègies que utilitzen els alumnes d'Educació Primària per resoldre sumes mentalment evolucionen al llarg dels diferents cursos.

3. Analitzar si existeix algun tipus d'operació que els alumnes resolguin seguint el mateix procediment des de primer de Primària fins a sisè.

Pel què fa al **primer objectiu**, podem observar que els alumnes utilitzen unes estratègies determinades per resoldre l'operació 9 + 8 però, aquestes estratègies, com hem vist al llarg de l'anàlisi, són diferents a les estratègies que utilitzen per resoldre les operacions de dues i tres xifres.

Així doncs, després d'haver analitzat les estratègies que han utilitzat els alumnes de Primària, puc afirmar que l'operació d'una sola xifra (9 + 8) ha estat on hi ha hagut més diversitat d'estratègies. Pel què fa als alumnes de cicle inicial, l'estratègia que més predomina és la utilització dels dits, però tot i així, cal dir que aquesta estratègia té presencia, de manera minoritària, a la resta de cursos. Per altra banda, pel què fa a cicle mitjà i superior, l'estratègia que més han utilitzat els nens i nens ha estat la de buscar nombres de referència ja que a 4art, 5è i 6è la meitat dels alumnes l'utilitzen, excepte 3er que només l'utilitzen tres alumnes.

Fent referència a les operacions de deus i tres xifres, podem afirmar que l'estratègia més utilitzada pels alumnes, i amb la que més còmodes es senten, és l'algorisme tradicional. Un fet a destacar, és que els alumnes de cicle inicial i de cicle superior utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional (entre sis i vuit alumnes). En canvi, els alumnes de tercer i quart utilitzen menys l'algorisme tradicional i més la descomposició de nombre, tercer amb quatre alumnes i quart amb un, per resoldre totes les operacions proposades. A més, cal dir que les estratègies de fer deus, de fer dobles i de buscar nombres de referència són d'ús minoritari només a cicle superior. Així doncs, els alumnes per resoldre operacions de dues i tres xifres utilitzen, majoritàriament, l'algorisme tradicional seguit de la descomposició de nombres, excepte els alumnes de tercer que combinen les dos estratègies per igual.

Aquest fet, que els alumnes utilitzin majoritàriament l'algorisme tradicional, és degut a que tot i ser una escola que treballin mitjançant les matemàtica manipulativa, a l'hora d'ensenyar als alumnes a sumar segueixen amb el mètode tradicional. Per tant, com molt bé diu Kamii (2010) això priva als alumnes de que siguin ells mateixos qui reflexionin sobre els diferents concepte, aquest cap la suma, i arribin a descobrir els seus propis procediment.

Així doncs, podem respondre a la primera pregunta d'investigació: ***"Quines estratègies utilitzen els nens i nenes a l'hora de resoldre sumes mentalment?"*** de la següent manera:

1. Els alumnes per resoldre la suma d'una xifra utilitzen diversitat d'estratègies, essent les meves comunes la utilització dels dits, fer dobles i buscar nombres de referència.

2. Els alumnes per resoldre sumes de dues i tres xifres utilitzen, majoritàriament, l'algorisme tradicional, excepte a tercer que és l'únic curs on els alumnes utilitzen per igual l'algorisme i la descomposició.

Pel què fa al **segon objectiu**, observar si les estratègies que utilitzen els alumnes evolucionen al llarg de la Primària, podem destacar que no hi ha gran diferències entre els cursos pel què fa l'ús de l'algorisme tradicional i la descomposició, excepte a tercer que, com hem dit anteriorment, és l'únic curs on menys s'utilitza de forma exclusiva l'algorisme tradicional i on més s'utilitza de forma exclusiva la descomposició.

A més, cal mencionar que entre els alumnes de cicle superior han sorgit les estratègies de fer deus, fer dobles i buscar nombres de referència però de manera molt minoritària ja que només un alumnes ha utilitzat l'estratègia de fer deus, un altre l'estratègia de fer dobles i un altre l'estratègia de buscar nombres de referència.

El fet que les estratègies no evolucionen al llarg de la Primària, és degut perquè tots els cursos treballen el càlcul mental mitjançant el quinzet, és a dir, realitzar al màxim de sumes (total 60) en dos minuts. Per tant, com molt bé diu Kamii (1996) els alumnes no realitzen una part molt important, resoldre les operacions amb veu alta i posar les estratègies que utilitzada cada nen/a en comú. D'aquesta manera, els alumnes aprendrien un dels altres i anirien adquirint diverses estratègies (Parrish, 2010).

Així doncs, podem respondre a la segona pregunta d'investigació: ***"Les estratègies que utilitzen els alumnes de Primària per resoldre sumes mentalment evolucionen al llarg dels diferents cursos?"*** de la següent manera:

1. Els alumnes utilitzen majoritàriament l'algorisme tradicional i per aquest motiu no hem pogut observar una avaluació d'aquestes estratègia al llarg dels diferents cursos.

2. Després d'observar que no hi ha una evolució de les estratègies, cal destacar que l'única diferencia important la trobem a tercer, on els alumnes utilitzen majoritàriament la descomposició, tot el contrari que la resta de cursos.

Per acabar, doncs, pel què fa al **tercer objectiu**, podem dir que va bastant lligat a l'objectiu anterior ja que al no haver-hi una evolució d'aquestes estratègies ha comportat que moltes operacions, majoritàriament, es resolguin utilitzant la mateixa estratègia, l'algorisme tradicional.

Per aquest motiu, doncs, les dues operacions on els alumnes han coincidit més són l'operació 64 + 38 i l'operació 165 + 158, que la gran majoria dels alumnes l'han resolt mitjançant l'algorisme tradicional. Aquest fet, es veu molt clar amb els alumnes de cicle inicial, on tots han resolt la suma 64 + 38 a través de l'algorisme. Tot i així, cal remarcar que on els alumnes han coincidit més a l'hora d'utilitzar l'algorisme ha estat en les operacions de tres xifres, excepte els alumnes de tercer, que utilitzen majoritàriament la descomposició.

A més, cal destacar que en les operacions de tres xifres, 144 + 124, 134 + 136 i 165 + 158, l'ús de l'algorisme tradicional augmenta al llarg dels cursos, en canvi l'ús de la descomposició de nombres disminueix. Per contra, només podem trobar estratègies diferents a l'algorisme i a la descomposició de nombres en les sumes 23 + 27 i 134 + 136 a cicle superior.

Així doncs, podem respondre a la tercera pregunta d'investigació: ***"Existeix algun tipus d'operació que, majoritàriament, els alumnes resolgui seguint el mateix procediment?"*** de la següent manera:

1. Els alumnes han coincidit a l'hora d'utilitzar la mateixa estratègia en determinades operacions a conseqüència de que no hi ha hagut una evolució d'aquestes, és a dir, els alumnes de primer i els alumnes de sisè ha utilitzat, majoritàriament, les mateixes estratègies.

2. Els alumnes utilitzen el mateix procediment sobretot a l'hora de resoldre l'operació 64 + 38 i l'operació 165 + 158. Tot i així, cal dir que on coincideixen majoritàriament a utilitzar l'algorisme tradicional és en les operacions de tres xifres.

## 5. Bibliografia

Allsopp, D. H.; Kyger, M. M; Lovin, L. H. (2008). *Teaching mathematics meaningfully. Solutions for reaching struggling learners.* Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de os niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial, i educación especial.* Madrid: Visor Distribuciones.

Kamii, Constance. (1996). La teoría de Piaget y la enseñanza de la aritmética. *Perspectivas,* Vol. 26, num 1, pg. 107 – 118.

Kamii, Constance; Dominick. Ann. (2010). Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro a 4to). *Revista Pedagogía*, Vol. 41, Número 1, pg. 59 – 73.

Parrish, Sherry. (2010). *Number Talks. Helping children build mental math and computation strategies. Grades K-5.* California: Math Solutions.

Sousa, David A. (2008). *How the Brain Learns Mathematics.* A sage publications company. Thousand Oaks, California.

Van De Walle, John A.; Karp, Karen S.; Bay-Williams, Jennifer M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally.* Estats Units: Allyn & Bacon.